Lista de Cálculo I – Derivadas : Diferencial e Otimização

1ª Parte

1. Encontrar Δy e dy para os valores dados

a) $y = \dfrac{1}{2x^2}$; $\Delta x = 0{,}001$; $x = 1$;

b) $y = 5x^2 - 6x$; $\Delta x = 0{,}02$; $x = 0$;

c) $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$; $\Delta x = 0{,}1$; $x = -1$;

2. Calcular um valor aproximado para as seguintes raízes, usando diferencial.

a) $\sqrt{50}$; *b)* $\sqrt[3]{63{,}5}$; *c)* $\sqrt[4]{13}$.

2ª Parte

1. Um fio de comprimento l é cortado em dois pedaços. Com um deles se fará um círculo e com o outro um quadrado.

   a) Como devemos cortar o fio a fim de que a soma das duas áreas compreendidas pelas figuras seja mínima?

   b) Como devemos cortar o fio a fim de que a soma das áreas compreendidas seja máxima?

2. Determinar o ponto P situado sobre o gráfico da hipérbole $xy = 1$, que está mais próximo da origem.

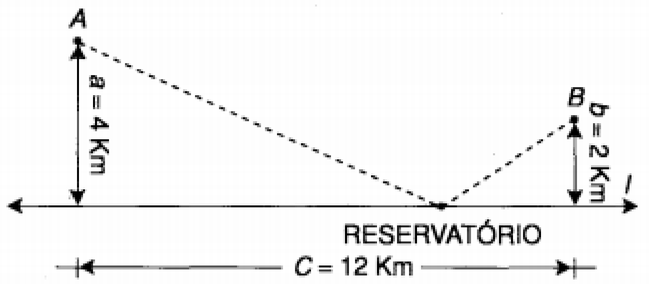
3. Um fazendeiro tem 200 bois, cada um pesando 300 kg. Até agora ele gastou Cr$ 380.000,00 para criar os bois e continuará gastando Cr$ 2,00 por dia para manter um boi. Os bois aumentam de peso a uma razão de 1,5 kg por dia. Seu preço de venda, hoje, é de Cr$ 18,00 o quilo, mas o preço cai 5 centavos por dia. Quantos dias deveria o fazendeiro aguardar para maximizar seu lucro?

4. Achar dois números positivos cuja soma seja 70 e cujo produto seja o maior possível.

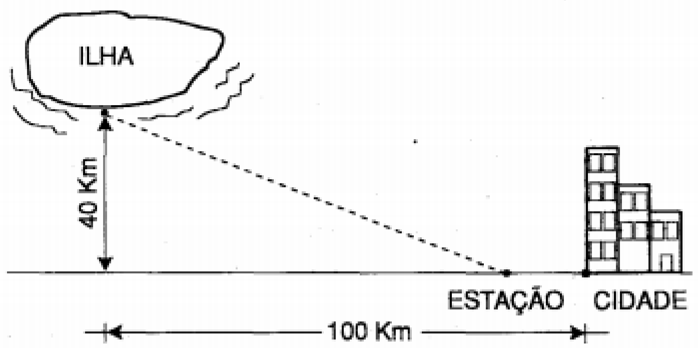
5. Usando uma folha quadrada de cartolina, de lado a, deseja-se construir uma caixa sem tampa, cortando em seus cantos quadrados iguais e dobrando convenientemente a parte restante. Determinar o lado dos quadrados que devem ser cortados de modo que o volume da caixa seja o maior possível.

6. Determinar as dimensões de uma lata cilíndrica, com tampa, com volume V, de forma que a sua área total seja mínima.

7. Duas indústrias A e B necessitam de água potável. A figura a seguir esquematiza a posição das indústrias, bem como a posição de um encanamento retilíneo l, já existente. Em que ponto do encanamento deve ser instalado um reservatório de modo que a metragem de cano a ser utilizada seja mínima?



8. Uma agência de turismo está organizando um serviço de barcas, de uma ilha situada a 40 km de uma costa quase reta, para uma cidade que dista 100 km, como mostra a figura a seguir. Se a barca tem uma velocidade de 18 km por hora, e os carros tem uma velocidade média de 50 km/h, onde deverá estar situada a estação das barcas a fim de tornar a viagem a mais rápida possível?



Respostas:

1ª Parte

1.*a*) $-0{,}000998$; $-0{,}001$ *b*) $-0{,}118$; $-0{,}12$ *c*) $-0{,}078$; $-0{,}075$

2.*a*) 7,071 *b*) 3,9895 *c*) 1,906

2ª Parte

1. *a*) 1º pedaço $\frac{4\,l}{4+\pi}$; 2º pedaço $\frac{l\,\pi}{4+\pi}$

   b) Deve-se fazer somente um círculo de raio $\frac{l}{2\pi}$

2. (1, 1) ou (−1, −1) **3.** 67 dias **4.** 35 ; 35 **5.** $a/6$

6. raio da base $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$; altura $\sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$

7. 8 km do encontro da canalização l com a perpendicular que passa por A.

8. 84,56 km da cidade