

## 1ª Lista de Exercícios de Cálculo II

## Funções Vetoriais: Operações, Limite e Continuidade

**Exercício 1** Dadas as funções  $\vec{f}(t) = (t, 1, t^2)$ ,  $\vec{g}(t) = (t-1, t^2, t^2-1)$  e  $\vec{h}(t) = (e^t, t^2+2, 0)$ , calcule:

- a)  $\vec{f}(t) + \vec{g}(t)$     b)  $\vec{f}(t) + \vec{h}(t)$     c)  $\vec{g}(t) + \vec{h}(t)$   
 d)  $\vec{f}(t) - \vec{g}(t)$     e)  $\vec{f}(t) - \vec{h}(t)$     f)  $\vec{g}(t) - \vec{h}(t)$   
 g)  $\vec{f}(t) \cdot \vec{g}(t)$     h)  $\vec{f}(t) \cdot \vec{h}(t)$     i)  $\vec{g}(t) \cdot \vec{h}(t)$   
 j)  $\vec{f}(t) \times \vec{g}(t)$     k)  $\vec{f}(t) \times \vec{h}(t)$     l)  $\vec{g}(t) \times \vec{h}(t)$

**Exercício 2** Calcule:

- a)  $\lim_{t \rightarrow 2} (t, t^2, t^3)$   
 b)  $\lim_{t \rightarrow 0} (t+1, t-1, \text{sen}(t \cdot \pi))$   
 c)  $\lim_{t \rightarrow -3} (5, 3, 2)$   
 d)  $\lim_{t \rightarrow 0} \left( \frac{t}{t^2+t}, \frac{t^2}{2t+1}, \frac{2t^2-3t+1}{3t^2+2t^2-5t+2} \right)$   
 e)  $\lim_{t \rightarrow 3} \left( \frac{t^2-9}{t^3-27}, \frac{t^2-6t+9}{t-3}, \frac{t-3}{t^2+t-9} \right)$   
 f)  $\lim_{t \rightarrow 2} \left( \frac{\sqrt{t}-\sqrt{2}}{t-2}, \frac{\sqrt{t+2}-2}{t-2}, \frac{\sqrt{t^2+2}-\sqrt{6}}{\sqrt{t}-\sqrt{2}} \right)$

**Exercício 3** Dadas as funções  $\vec{f}(t) = (t, 1, t^2)$ ,  $\vec{g}(t) = (t+1, \frac{t^2-4}{t-2}, 5t-4)$  e  $\vec{h}(t) = (e^t, t^2+2, 0)$ , calcule:

- a)  $\lim_{t \rightarrow 0} (\vec{f}(t) + \vec{g}(t))$     b)  $\lim_{t \rightarrow 0} (\vec{f}(t) + \vec{h}(t))$   
 c)  $\lim_{t \rightarrow 0} (\vec{g}(t) + \vec{h}(t))$     d)  $\lim_{t \rightarrow 0} (\vec{f}(t) - \vec{g}(t))$   
 e)  $\lim_{t \rightarrow 0} (\vec{f}(t) - \vec{h}(t))$     f)  $\lim_{t \rightarrow 0} (\vec{g}(t) - \vec{h}(t))$   
 g)  $\lim_{t \rightarrow 0} (\vec{f}(t) \cdot \vec{g}(t))$     h)  $\lim_{t \rightarrow 0} (\vec{f}(t) \cdot \vec{h}(t))$   
 i)  $\lim_{t \rightarrow 0} (\vec{g}(t) \cdot \vec{h}(t))$     j)  $\lim_{t \rightarrow 0} (\vec{f}(t) \times \vec{g}(t))$   
 k)  $\lim_{t \rightarrow 0} (\vec{f}(t) \times \vec{h}(t))$     l)  $\lim_{t \rightarrow 0} (\vec{g}(t) \times \vec{h}(t))$

**Exercício 4** Dada a seguinte definição: Uma função vetorial  $\vec{f} = \vec{f}(t)$ , definida em um intervalo I, é contínua em  $t_0$ , se

$$\lim_{t \rightarrow t_0} \vec{f}(t) = \vec{f}(t_0).$$

Verifique se a função vetorial  $\vec{f}$  é contínua no ponto  $t = t_0$ , onde

- a)  $\vec{f}(t) = (t, \frac{t+1}{t-1}, \frac{2t+3}{2t})$  e  $t_0 = 2$ .  
 b)  $\vec{f}(t) = \begin{cases} (\frac{t-3}{t^2-9}, 5\pi, \frac{t^2+2t-15}{t^2-4t+3}), & \text{se } t \neq 3 \\ (\frac{1}{6}, 5\pi, 4), & \text{se } t = 3 \end{cases}$  e  $t_0 = 1$ .  
 c)  $\vec{f}(t) = \begin{cases} (\frac{t-3}{t^2-9}, 5\pi, \frac{t^2+2t-15}{t^2-4t+3}), & \text{se } t \neq 3 \\ (\frac{1}{6}, 5\pi, 4), & \text{se } t = 3 \end{cases}$  e  $t_0 = 3$ .  
 d)  $\vec{f}(t) = \begin{cases} (\frac{t^2+2t-3}{2t-2}, \frac{\sqrt{t}-1}{t-1}, \frac{t^3+2t-3}{t^4+t^3-2t^2}), & \text{se } t \neq 1 \\ (2, \frac{1}{2}, 2), & \text{se } t = 1 \end{cases}$  e  $t_0 = 1$ .  
 e)  $\vec{f}(t) = \begin{cases} (\frac{t^2+2t-3}{2t-2}, \frac{\sqrt{t}-1}{t-1}, \frac{t^3+2t-3}{t^4+t^3-2t^2}), & \text{se } t \neq 1 \\ (2, \frac{1}{2}, \frac{5}{3}), & \text{se } t = 1 \end{cases}$  e  $t_0 = 1$ .

**Respostas**

1. a)  $\vec{f}(t) + \vec{g}(t) = (2t - 1, t^2 + 1, 2t^2 - 1)$       b)  $\vec{f}(t) + \vec{h}(t) = (t + e^t, t^2 + 3, t^2)$   
 c)  $\vec{g}(t) + \vec{h}(t) = (e + t - 1, 2t^2 + 2, t^2 - 1)$       d)  $\vec{f}(t) - \vec{g}(t) = (1, 1 - t^2, 1)$   
 e)  $\vec{f}(t) - \vec{h}(t) = (t - e^t, -t^2 - 1, t^2)$       f)  $\vec{g}(t) - \vec{h}(t) = (-e^t + t - 1, -2, t^2 - 1)$   
 g)  $\vec{f}(t) \cdot \vec{g}(t) = t^4 + t^2 - t$       h)  $\vec{f}(t) \cdot \vec{h}(t) = t \cdot e^t + t^2 + 2$   
 i)  $\vec{g}(t) \cdot \vec{h}(t) = t \cdot e^t - e^t + t^4 + 2t^2$       j)  $\vec{f}(t) \times \vec{g}(t) = (t^3 - t + 1, t - t^2, -t^4 + t^2 - 1)$   
 k)  $\vec{f}(t) \times \vec{h}(t) = (t^4 + 2t^2, -t^2 \cdot e^t, t^3 + 2t - e^t)$       l)  $\vec{g}(t) \times \vec{h}(t) = (t^4 + t^2 - 2, -t^2 \cdot e^t + e^t, -t^2 \cdot e^t + t^3 - t^2 + 2t - 2)$
2. a) (2, 4, 8)    b) (1, -1, 0)    c) (5, 3, 2)    d)  $(1, 0, \frac{1}{2})$     e)  $(\frac{2}{9}, 0, 0)$     f)  $(\frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{4}, \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{6}})$
3. a) (1, 3, -4)    b) (1, 3, 0)    c) (2, 4, -4)    d) (-1, -1, 4)    e) (-1, -1, 0)    f) (0, 0, -4)  
 g) 2              h) 2              i) 2              j) (-4, 0, -1)    k) (0, 0, -1)    l) (8, -4, 0)
- 4) Apenas a função  $\vec{f}(t)$  do item d) não é contínua no ponto indicado.